



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Considere el sistema  $\begin{pmatrix} t & 1 & 1 \\ t & -1 & 1 \\ t & 0 & t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  dependiente del parámetro  $t$ .

- 1) [1.5 PUNTOS] Clasifique, en función del valor de  $t$ , el tipo de sistema.
- 2) [1 PUNTO] Calcule todas las soluciones del sistema en el caso  $t = 1$ .

Ejercicio 2

Considere la función  $f(x) = (x + 10)e^{2x}$ .

- 1) [2.5 PUNTOS] Calcule una primitiva  $F(x)$  tal que  $F(0) = 0$ . Use la derivada para comprobar su solución.
- 2) [0.5 PUNTOS] Calcule  $\int_0^5 f(x)dx$ .

Ejercicio 3

Tomemos el plano  $\Pi \equiv 2x + ay + z = 2$  y la recta  $r(t) \equiv (0, 0, 0) + t\overrightarrow{(2, 1, 1)}$ .

- 1) [0.5 PUNTOS] Determine  $a$  para que  $r$  y  $\Pi$  sean ortogonales.
- 2) [2 PUNTOS] Determine  $a$  para que  $r$  y  $\Pi$  sean paralelos. Calcule la distancia entre  $r$  y  $\Pi$  en este caso.

Ejercicio 4

Una prueba rápida para detectar una enfermedad da un 2% de falsos positivos (personas sanas en las que la prueba da positivo, clasificándolas como enfermas) y un 1% de falsos negativos (personas enfermas en las que la prueba da negativo, clasificándolas como sanas). En una población hay un 4% de enfermos.

- 1) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que el test dé un resultado negativo.
- 2) [1 PUNTO] La prueba da un resultado positivo (clasificando a la persona como enferma). Calcule la probabilidad de que realmente esté sana.

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

### Ejercicio 1

$$\text{Sean } M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

- 1) [0.5 PUNTOS] Calcule, razonadamente, el rango de  $M$ .
- 2) [2 PUNTOS] Determine todos los vectores  $v$  tales que  $M^2 \cdot v = M^{-1} \cdot v$ .

### Ejercicio 2

$$\text{Sea la función } f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x)}{2x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{a - x^2}{2 + x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) [1 PUNTOS] Determine, si existe, el valor de  $a$  que haga a la función continua en  $x = 0$ .
- 2) [1.5 PUNTOS] Calcule el valor de  $a$  para que  $f$  tenga un extremo relativo en  $x = 2$ . ¿Es este extremo un máximo o mínimo local?
- 3) [0.5 PUNTOS] Sea  $g(x)$  una función integrable, si  $\int_0^3 g(x)dx = 4$  y  $\int_2^3 g(x)dx = 6$ , ¿Cuánto vale  $\int_0^2 g(x)dx$ ?

### Ejercicio 3

$$\text{Sean las rectas } r_1 \equiv \begin{cases} y = 2 \\ 2x + z = 13 \end{cases}, r_2 \equiv \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - z = 3 \end{cases} \text{ y el punto } A = (0, 0, 3).$$

- 1) [2.5 PUNTOS] Calcule la ecuación general (implícita) del plano que pasa por  $A$  y es paralelo a  $r_1$  y a  $r_2$ .

### Ejercicio 4

El peso de una población sigue una distribución normal de media 70kg y desviación típica de 10kg.

- 1) [1 PUNTO] Calcule el porcentaje de población que pesa entre 65 y 75 kg.
- 2) [1 PUNTO] Calcule el porcentaje de población que pesa al menos 85 kg.